

Intégration de la multirésolution dans un système de déformation masse-ressort

Projet de diplôme

Pierre-Yves Burgy

Département d'informatique

Laboratoire d'infographie

Professeur : D. Thalmann

Assistants : M. Kallman, A. Aubel

Table des matières

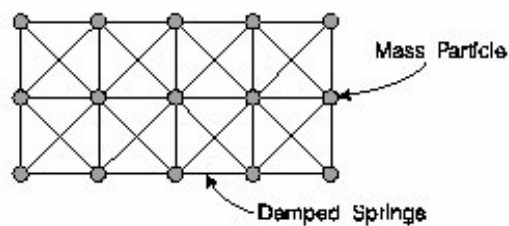
Introduction	5
Les systèmes masse-ressort	5
Travaux antérieurs	6
Présentation du problème	7
La multirésolution	7
Systèmes masse-ressort avec mesh triangulés	7
Objectif du projet	8
La méthode de multirésolution standard	9
Résumé de la méthode	9
Les trois critères à respecter	10
Détection d'une imprécision	10
Méthode de subdivision	10
Vitesse de transmission des forces	12
Réalisation : le problème des masses constantes	12
Nouvelle gestion des masses	13
Rigidités des ressorts	14
Implémentation : organisation de la mémoire	17
Résultats	17
Extension de la méthode aux mesh triangulés	20
Résumé de la méthode	20
Les critères à respecter (rappel)	20
Détection d'une imprécision	20
Méthode de subdivision	22
Répartition des masses	25
Rigidité des ressorts	25
Transmission des forces	27

Résultats	27
Extensions : implémentation d'une balle tombante	33
Détection de la collision	33
Traitement de la collision	34
Résultats	34
Détails de l'implémentation	36
Conclusion	38

Introduction

Les systèmes masse-ressort

Un système masse-ressort est un ensemble de masses reliées entre elles par des ressorts (figure 1). L'étude de ce genre de structures est englobé dans un domaine plus large, les corps déformables.

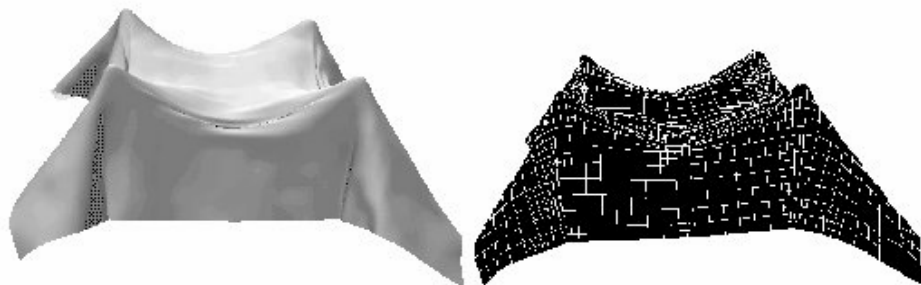


• Fig 1 : schéma d'un système masse-ressort

Les interactions entre ces éléments sous l'effet de la gravité ou d'autres forces donnent un résultat visuel similaire à une surface élastique, bien qu'il n'y ait pas de correspondance rigoureuse avec la réalité.

Domaines d'application des systèmes masse-ressort

On les utilise notamment pour modéliser des tissus, par exemple des vêtements d'humanoïdes. Dans ce cas, ces systèmes sont représentés par des surfaces dans l'espace, mais on s'en sert aussi pour modéliser des volumes comme des organes dans les applications médicales.



• Fig 2 : exemple d'utilisation d'un système masse-ressort pour modéliser un tissu

Les corps déformables

Il existe deux voies fondamentales pour les corps déformables : celle utilisant les éléments finis et celle utilisant les systèmes masse-ressort. La seconde méthode a connu un vif intérêt ces dernières années car elle est facile à implémenter et à appliquer. La simulation résultante n'est pas conforme à la réalité physique sous-jacente mais reste visuellement cohérente, ce qui satisfait à la plupart des applications.

Les systèmes masse-ressort

L'utilisation la plus triviale de cette méthode consiste à simuler une grille rectangulaire organisée en carrés, normalement avec des ressorts diagonaux en plus (figure 1). Chaque point de la grille est une masse et chaque arête un ressort. Hutchinson [2] a ensuite introduit la multirésolution, qui ajoute localement des masses et des ressorts pour raffiner le système aux endroits où la surface est irrégulière. Thingvold et Cohen [6] ont aussi essayé d'implémenter la multirésolution en utilisant des splines, mais cette méthode exige que des bandes entières soient raffinées localement. L'utilisation de ces systèmes pour des configurations géométriques quelconques (mesh triangulés) reste rare.

Présentation du problème

La multirésolution

Inconvénients du système statique

Dans le système masse-ressort statique, c'est-à-dire qui ne change pas au cours du temps, le graphiste doit spécifier la résolution du grillage pour l'application dont il a besoin. Ce paramètre difficile à choisir est pourtant crucial. Une grille trop raffinée risque d'allonger le temps de calcul de manière déraisonnable tandis qu'un système trop grossier donnera des résultats inadéquats. Autre inconvénient, un système statique comporte des particules superflues à certains endroits où la surface est plate, ce qui ralentit inutilement la simulation.

Solution proposée

Hutchinson [2] suggère d'ajouter des degrés de liberté aux endroits où la surface est irrégulière. Pour ce faire, il subdivise les carrés autour du point concerné. La sensibilité du procédé peut être réglée manuellement. Il en découle une utilisation plus intuitive et une économie de ressources.

Contraintes

Il est nécessaire que le système se comporte de la même manière aux endroits raffinés et aux endroits non-raffinés. Cela implique le paramétrage judicieux des constantes physiques.

Systèmes masse-ressort avec mesh triangulés

Inconvénients du système standard

La plupart du temps, la forme initiale des systèmes masse-ressort est un rectangle, ce qui est trop restrictif pour une utilisation des cas concrets : en général, on trouve des formes en trois dimensions et non-rectangulaires (par exemple des habits).

Solution proposée

On imagine un système masse-ressort représenté par une structure géométrique quelconque (triangulée cependant), dont les points correspondent aux masses et les arêtes aux ressorts.

Contraintes

La difficulté est de gérer une structure qui représente à la fois la forme de l'objet et le système physique. Le comportement doit rester cohérent. Pour cela, on doit paramétrer correctement les masses et les ressorts par rapport à leur situation. On peut se douter qu'il est difficile de trouver une solution parfaite.

Objectif du projet

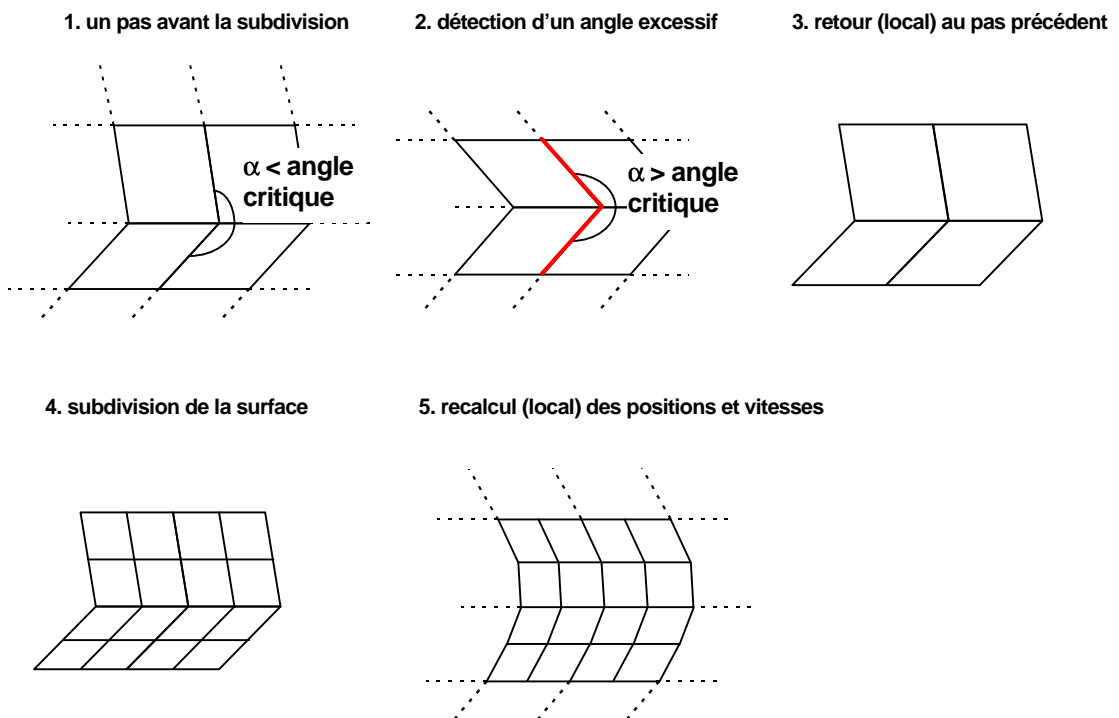
Dans ce projet, nous implémenterons d'abord un système de multirésolution déjà développé [2]. Mais notre but principal est d'étendre cette méthode pour l'appliquer à des mesh triangulés. Il faudra évaluer les différents procédés à disposition, les paramètres à assigner aux éléments. On comparera également l'efficacité des deux méthodes. Il est à noter que nous nous restreindrons uniquement à des surfaces.

La méthode de multirésolution standard

Ce chapitre présente le procédé de multirésolution développé par Hutchinson [2]. Nous rappelons d'abord quelques éléments théoriques essentiels de l'article, puis nous faisons un compte-rendu de l'implémentation, des problèmes qui se sont posés, ainsi que des résultats obtenus.

Résumé de la méthode

Au départ le système est un grillage de $m \times n$ carrés. A chaque pas de temps, les forces exercées par les ressorts sur les masses ainsi que les forces extérieures sont calculées. On en déduit les accélérations puis l'état au prochain pas (position et vitesse des masses du système). Au cours de la simulation, lorsque deux arêtes contigües (et opposées) forment un angle trop grossier, chacun des 4 carrés autour du point correspondant (entre les deux arêtes) est divisé en 4. Toutes les masses faisant partie des 4 carrés sont d'abord remises à l'état précédent, soit au moment où leur état était encore correct. Ensuite la subdivision est effectuée, puis les positions des masses sont recalculées avec la nouvelle configuration géométrique de la zone. La figure 3 montre le déroulement d'une subdivision.



• Fig 3 : déroulement d'une subdivision

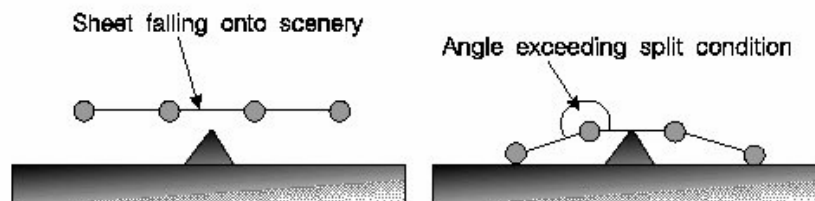
Les trois critères à respecter

Pour développer sa méthode, Hutchinson a défini trois propriétés que le système doit toujours remplir pour avoir un comportement cohérent. Ces critères se basent notamment sur les caractéristiques des systèmes masse-ressort statiques, composés de masses et de ressorts identiques.

1. Les particules du système doivent se comporter de manière identique par rapport aux forces. Ici l'auteur cite un article de Thingvold & Cohen [6], qui auraient rencontré des problèmes en simulant des particules de masses différentes. Nous annulerons cependant cette contrainte lors de l'implémentation.
2. Répartition des masses homogène ; la somme des masses sur une certaine zone du grillage doit rester constante, notamment après l'ajout de nouveaux points.
3. La vitesse de propagation des forces à travers le tissu doit être identique partout sinon la simulation devient incohérente.

Détection d'une imprécision

On mesure l'angle entre deux ressorts opposés connectés par un point.

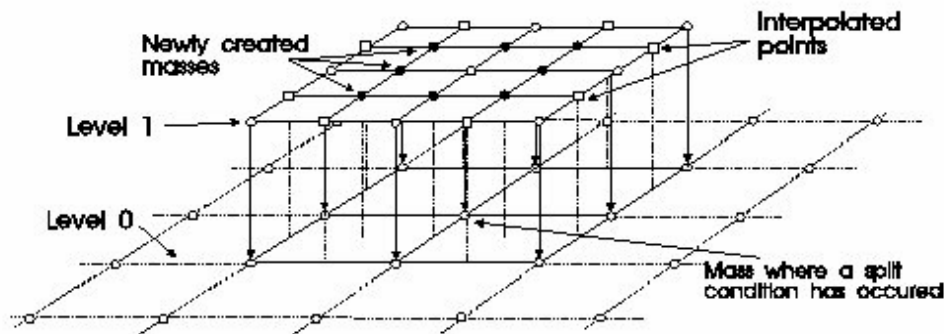


• Fig 4 : angle entre 2 ressorts

Lorsque l'angle excède α , on applique une subdivision autour de ce point. A chaque niveau en plus, l'angle critique augmente pour pondérer l'importance des irrégularités : le même angle entre 2 petits carrés est moins gênant qu'entre 2 grand carrés. On ajoute donc β à l'angle critique pour chaque niveau supplémentaire. Ces deux paramètres sont définis par l'utilisateur en fonction du degré de précision qu'il désire obtenir. Est également déterminé un niveau de raffinement maximal au-delà duquel les imprécisions ne sont plus prises en compte.

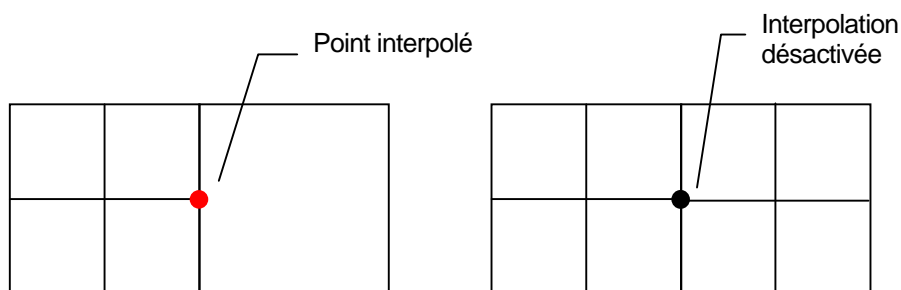
Méthode de subdivision

Huit nouveaux points sont ajoutés autour du point considéré (figure 5). De ce fait les quatre carrés qui l'entourent sont remplacés par 16 nouveaux carrés ayant une aire 4 fois plus petite. Quant aux points ajoutés à l'extérieur (carrés blancs), ils sont interpolés d'après les points les entourant (cercles blancs).



• Fig 5 : schéma hiérarchique de deux niveaux de subdivision

Ce dernier aspect est important : un point est interpolé tant que l'autre carré incident n'a pas été subdivisé au même niveau (figure 6). Cette mesure permet d'éviter que des carrés se « déforment » durant la simulation, c'est-à-dire que des polygones de plus de 4 côtés apparaissent.



• Fig 6 : changement d'état d'un point interpolé après la subdivision de l'autre carré

A noter également que les positions et vitesses initiales des nouveaux points (ronds noirs sur la figure 5) sont interpolés d'après les points les entourants (en diagonale).

Niveaux hiérarchiques

Au cours de la simulation, le grillage peut être représenté en plusieurs niveaux de subdivision hiérarchiques. Sur la figure 5, le grillage initial est représenté par la couche du bas et le premier niveau de subdivision correspond à la couche du haut. Ainsi le niveau de raffinement assigné à un point

Masses constantes

La méthode décrite dans l'article ne réduit pas la masse des points raffinés dans le but de maintenir la condition 1), qui impose un comportement identique aux particules : si celles-ci ont des masses différentes, elles réagiront de façon différente aux forces. Cette mesure provoque cependant la violation de la condition 2), une densité massique constante sur toute la surface. Pour pallier à cette incohérence, on double la rigidité des ressorts à proximité des nouveaux points, ce qui corrige l'interaction des particules entre elles. Pour les collisions avec d'autres objets, on pondère la force de réaction (somme des forces des masses prises individuellement) d'après la masse de la surface touchée. Ainsi, les trois contraintes initiales sont respectées.

Retour à l'état précédent

Après avoir détecté une imprécision, on ne peut se contenter de subdiviser la surface dans l'état actuel : il faut ramener les particules concernées à l'état précédent, appliquer la subdivision puis recalculer les positions et vitesses de ces particules, sinon l'imprécision subsiste dans les états futurs. Il est à noter que le processus de subdivision doit être répété itérativement jusqu'à ce que l'état du système soit correct.

Vitesse de transmission des forces

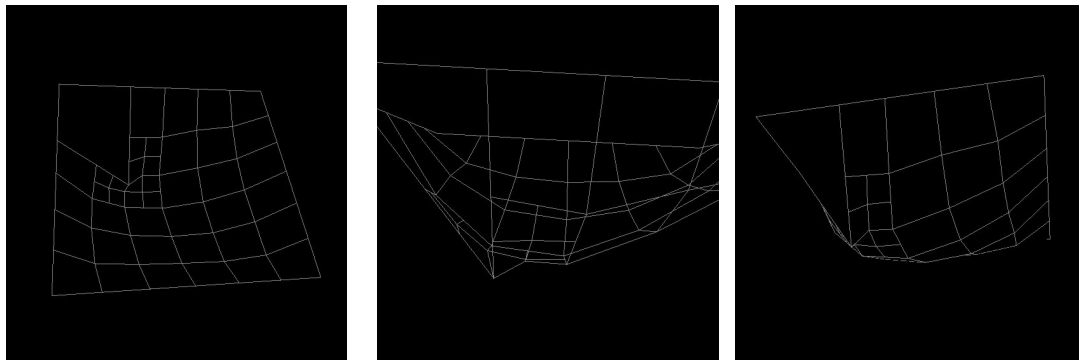
La condition 3) citée auparavant exige que les forces soient transmises à la même vitesse sur toute la surface. Si la période de mise à jour des particules est la même partout, une force se répandra deux fois moins vite dans une région raffinée que dans une région non-raffinée (avec un niveau de différence), car les ressorts sont deux fois plus courts. De ce fait on doit adapter l'intervalle de temps entre deux mises à jour par rapport au niveau de subdivision de la région.

La période d'intégration originelle T , déterminée par l'utilisateur, est fractionnée pour donner la période effective valant $T/2^n$, où n est le niveau de subdivision actuel maximal. Par exemple, pour une particule de niveau i , les forces appliquées à cette particule sont recalculées tous les $T/2^i$. Entre deux, les forces restent constantes et la vitesse et la position sont mises à jour en conséquence.

Cette réduction du temps d'intégration a une autre fonction importante : elle permet d'adapter la période minimale nécessaire à la non-divergence du système.

Réalisation : le problème des masses constantes

Lors de l'implémentation de la méthode décrite dans l'article, nous avons eu des difficultés à trouver un résultat correct. Il semble en particulier que le fait de garder les masses constantes pose certains problèmes. Par exemple, dans le cas suivant (figure 7), l'état du système est incorrect à cause de la rigidité des ressorts aux endroits non-raffinés qui n'est plus adaptée au surcroît de masse résultant d'une subdivision.



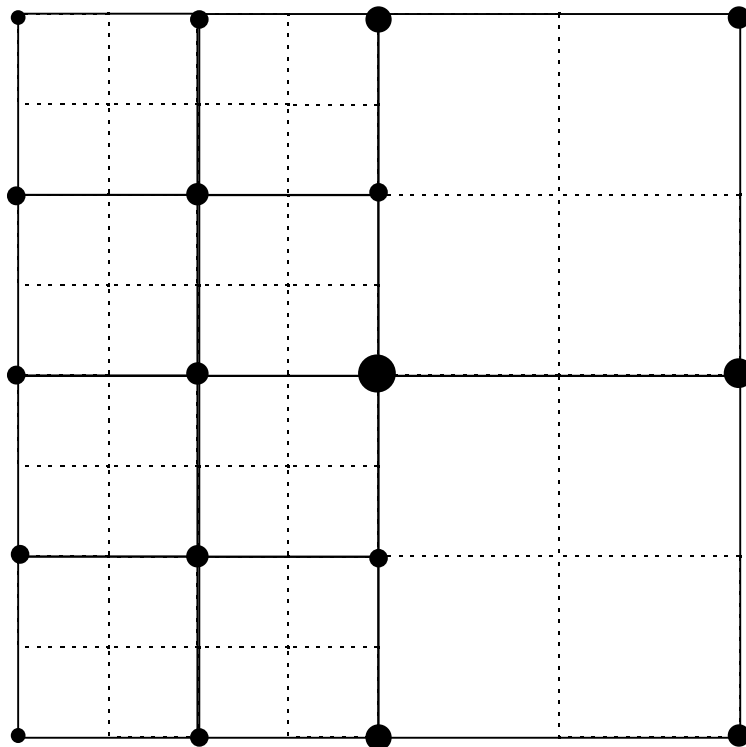
• Fig 7 : La forme du système à l'état d'équilibre devrait être symétrique

La raison citée par Hutchinson pour justifier cette singularité (et introduire la condition 2) est un article de Thingvold & Cohen [6] où ces derniers mentionnent des problèmes avec des particules de masses différentes. En réalité, ils font simplement état d'un risque d'imprécision numérique lorsque les masses deviennent trop faibles. En effet des masses faibles seraient soumises à des accélérations plus fortes, d'où le risque de divergence. Cela dit, les auteurs n'excluent pas cette possibilité pour autant. Nous avons donc choisi cette alternative (des

masses non constantes), ce qui nous a permis de trouver des résultats plus satisfaisants . Pour cela il a fallu réévaluer le choix de certains paramètres comme l'assignation des masses ou de la rigidité des ressorts en fonction du niveau de subdivision. Les paragraphes suivants détaillent ces différents aspects.

Nouvelle gestion des masses

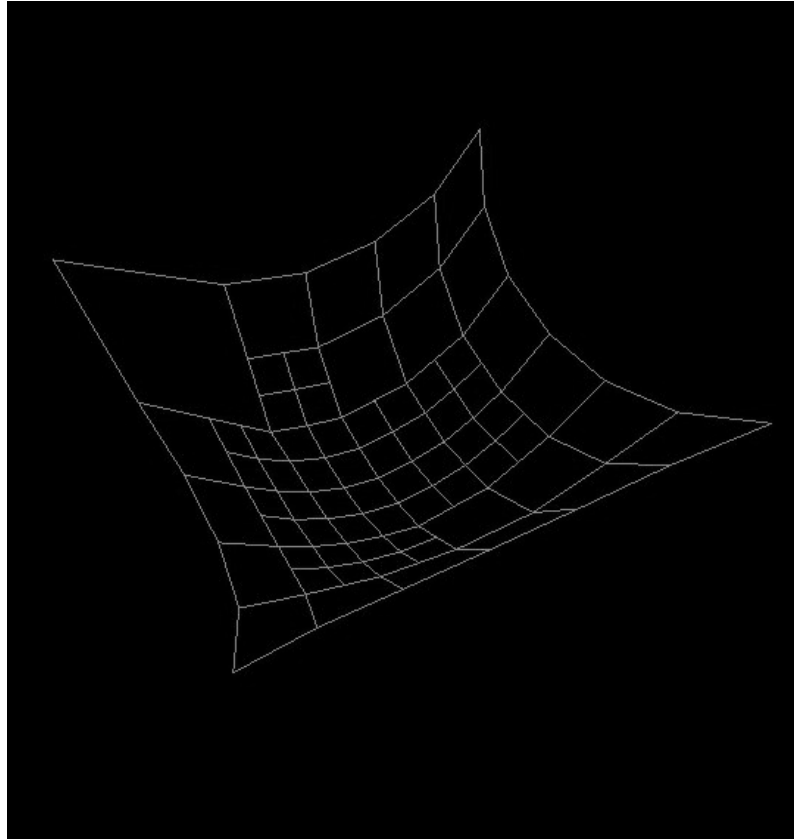
Les masses, qui ne sont plus constantes sur la surface, sont réparties équitablement de manière à satisfaire la condition 1). Pour ce faire on calcule la zone de Voronoï sur la grille (remarque : on se réfère à la grille de l'état initial) puis on assigne une masse à chaque particule en fonction de l'aire qui lui est associée.



• Fig 8 : Un exemple de grillage dont les masses sont réparties d'après le diagramme de Voronoï

Le calcul des zones est facile puisqu'elles sont constituées uniquement de carrés. L'assignation des masses se fait au début et localement lors de la mise à jour, après un raffinement.

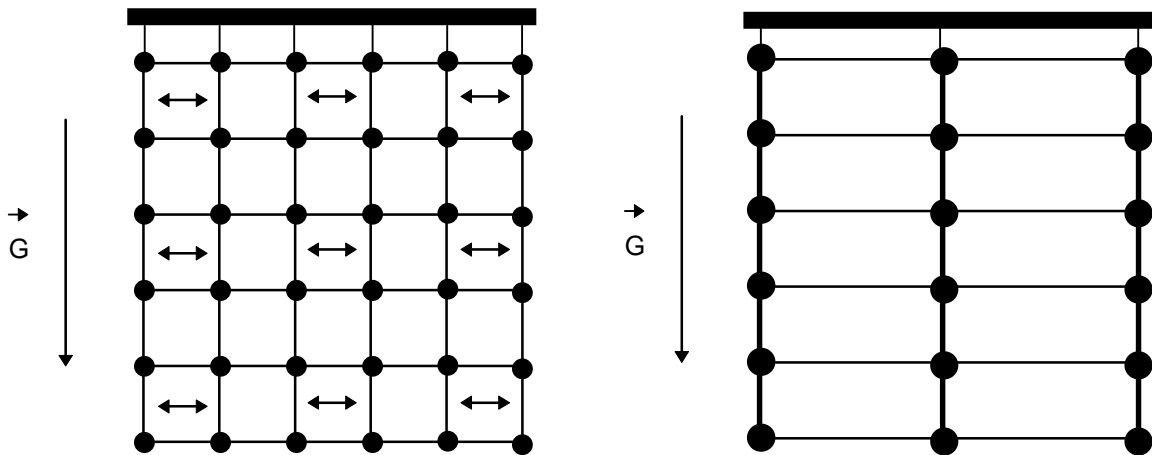
Nous pouvons constater la justesse de la méthode sur l'exemple ci-dessous (figure 9), où un système subdivisé irrégulièrement est suspendu par quatre ressorts. La symétrie est conservée.



- Fig 9 : Un système masse-ressort en position d'équilibre, avec des subdivisions irrégulières ; la forme reste symétrique

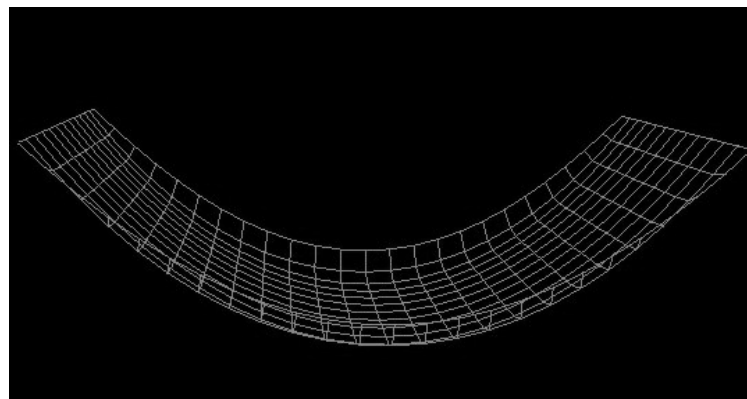
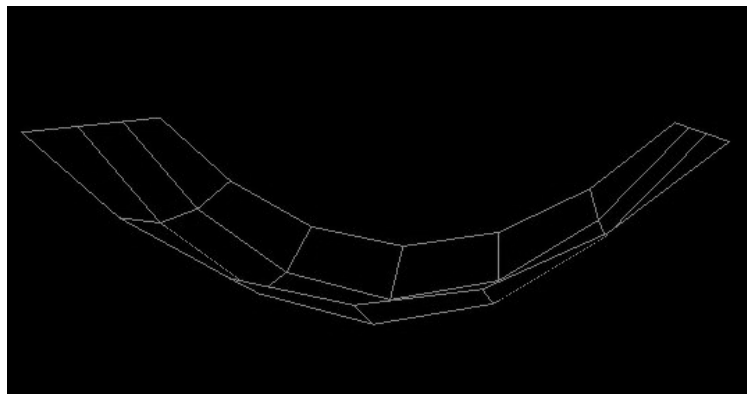
Rigidités des ressorts

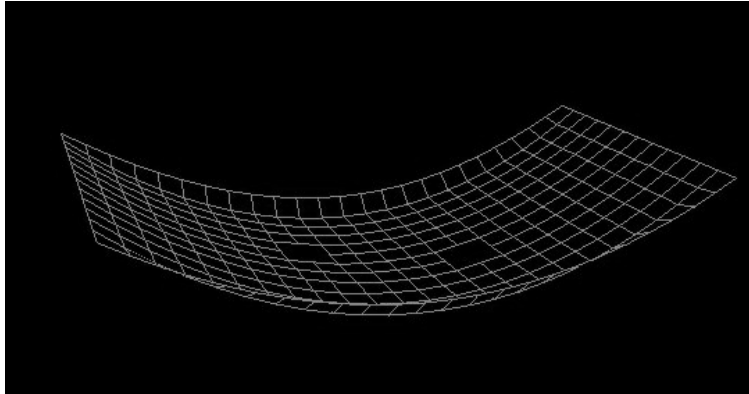
Les constantes de rigidité des ressorts doivent également être adaptées par rapport au niveau de subdivision. Si on compare une zone de la surface non-raffinée et une zone subdivisée une fois, on constate que les ressorts alignés dans la même direction sont deux fois plus nombreux dans la zone raffinée. Cela suggère que leur résistance collective est deux fois plus grande car la résistance des ressorts en parallèle s'additionne. Il convient donc de diviser leur rigidité par deux pour trouver un résultat équivalent. Le schéma suivant (figure 10) atteste notre hypothèse ; sur un système masse-ressort suspendu verticalement, lorsqu'on unit les colonnes deux à deux, les paramètres physiques sont inchangés et le système n'est pas perturbé. Cette opération revient simplement à passer d'un niveau de subdivision à un autre (pour autant toutefois qu'on fasse de même par rapport à l'autre dimension).



• Fig. 10 : après avoir fusionné les colonnes 2 à 2, les paramètres physiques ne sont pas perturbés

L'exemple ci-dessous (figure 11) montre un système rectangulaire de 6 x 3 carrés fixé aux deux bords opposés et sous l'effet de la gravité. Le premier système n'est pas raffiné, le deuxième l'est deux fois. Les constantes de rigidité sont correctes dans les deux niveaux de détail. La courbure est la même pour les deux systèmes. Pour comparaison, la dernière image représente le même système avec des constantes identiques à celles du premier niveau, donc fausses.

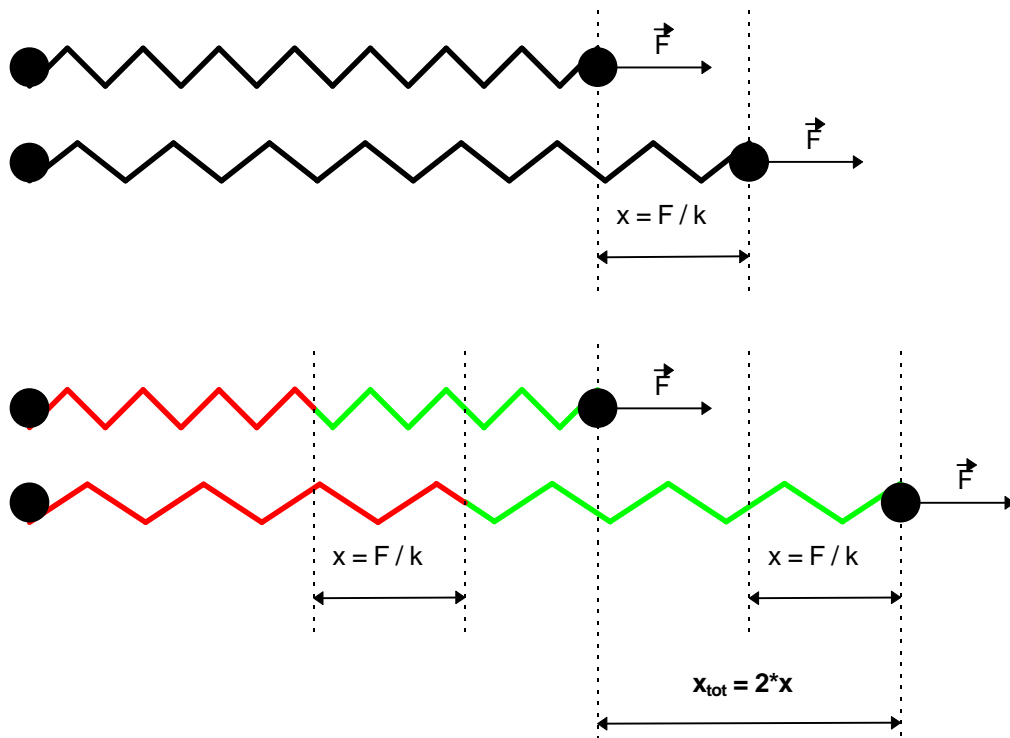




• Fig 11 : un système raffiné selon deux niveau différent ; au-dessous, un raffinement avec des constantes d'élasticité incorrectes.

Adaptation de la rigidité par rapport à la longueur initiale

La formule d'élongation pour un ressort est $L = k * x$, indépendante de sa longueur initiale. Ainsi, deux petits ressorts en série ne sont pas équivalents à un grand ressort ayant la même constante de rigidité (figure 12). Le comportement physique que nous désirons pour un ressort est un allongement proportionnel à sa taille au repos. En conséquence la rigidité de tous les ressorts du système doit être pondérée par un facteur inversement proportionnel à leur longueur initiale.



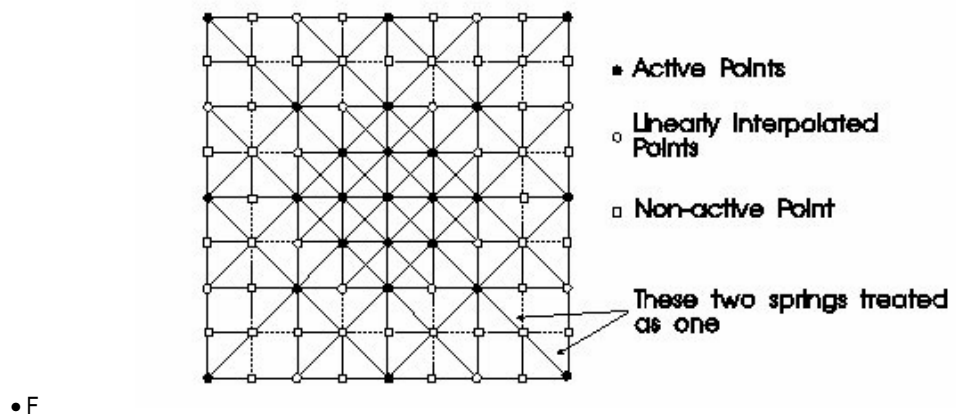
• Fig 12 : différence de comportement entre un grand ressort et deux petits ressorts en série de constante k

Fait remarquable, on s'aperçoit que les constantes d'élasticité des ressorts, déterminées d'après les deux méthodes décrites ci-dessus, sont en fait égales pour tous les niveaux de

subdivision, car les propriétés qui les influencent se compensent parfaitement : un ressort ayant un niveau supplémentaire verra sa rigidité doublée à cause de la première condition puis diminuée de moitié par la seconde.

Implémentation : organisation de la mémoire

Le stockage des éléments en mémoire est un problème très important dans cette application. Dans l'article l'auteur utilise des tableaux pour stocker la structure du système. Tous les éléments potentiels (faisant partie du niveau de subdivision maximum) sont présent en mémoire dès le début de la simulation.



• Fig 13 : Représentation des éléments en mémoire

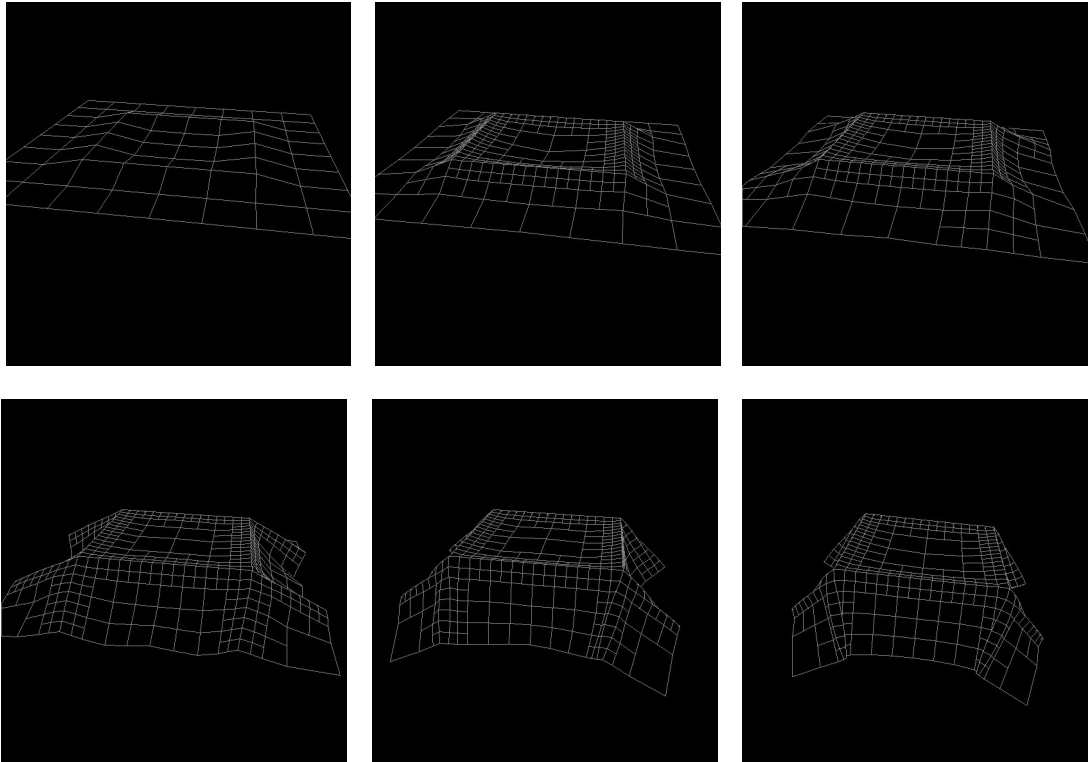
Comme le montre la figure 13, toutes les masses et ressorts potentiels sont dans un tableau. Ils sont désactivés tant qu'ils n'ont pas été introduits par le biais d'un raffinement. Il en résulte une occupation de mémoire importante et inutile. Pour économiser de la place, l'article propose de créer un tableau initial ayant un niveau de subdivision maximal limité à deux ou trois niveaux. Lorsque la simulation doit passer à un niveau plus élevé, le tableau est alors entièrement réalloué avec un niveau supplémentaire et ainsi de suite. Cependant il est clair que le temps de réallocation d'un tableau entier ne satisfait pas les exigences d'une application « temps réel ». Nous jugeons plus judicieux d'utiliser des listes, qui conviennent parfaitement à une structure dynamique. Le nombre d'éléments en mémoire est ainsi réduit au minimum. De plus, nous évitons des réallocations. La création de nouveaux éléments est réparties de manière homogène dans le temps. En contrepartie ce système est un peu plus lent que des tableaux, mais ce point est négligeable par rapport aux avantages qui sont offerts.

Résultats

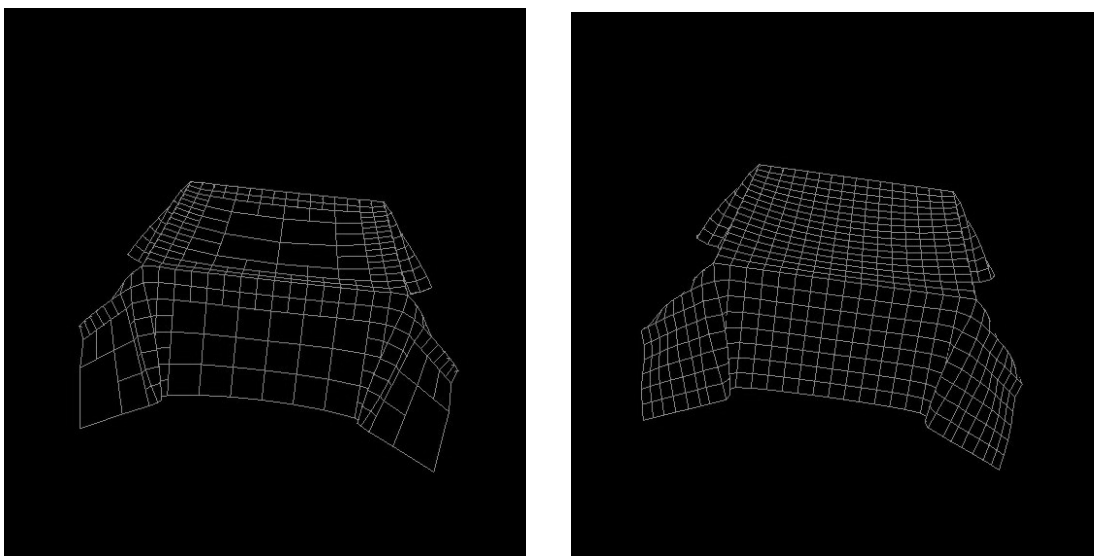
Nous avons comparé la méthode développée avec la méthode conventionnelle (système masse-ressort statique) sur un exemple commun. Le système initial est posé sur une structure carrée fixe et tombe sous l'effet de la gravité, de la même façon qu'une nappe recouvre une table. Le premier système, non-adaptatif, a une résolution de 64 x 64 carrés. Le second est initialement doté de 8 x 8 carrés et a une capacité de raffinement allant jusqu'à 64 x 64 carrés. Pour le contrôle du raffinement les angles maximaux tolérés sont de 20° pour la première subdivision avec un incrément de 15° pour les subdivisions suivantes.

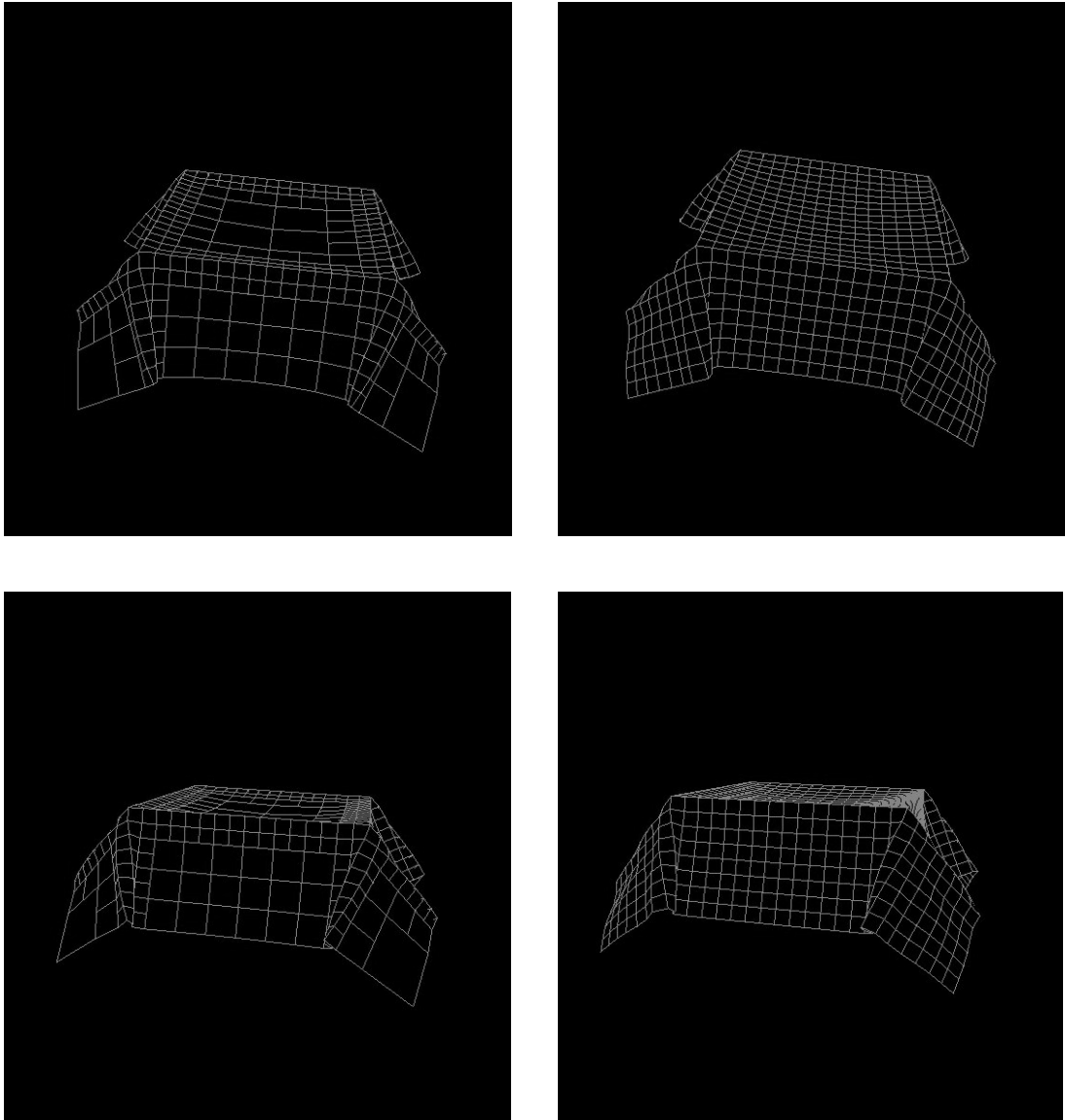
La correspondance entre les deux systèmes est visuellement correcte, que ce soit au niveau des mouvements ou de l'état final.

Ci-dessous des images de l'animation, où on peut constater le raffinement progressif et judicieux du système (figure 14).



• Fig 14 : séquence d'images tirée de la simulation du système adaptatif





• Fig 15 : comparatif des états finaux pour les deux systèmes

Voici un comparatif des performances.

Exemple	Méthode statique	Méthode adaptative
Nombre de pas	600	600
Simulation	406.8	48.78
Détection des imprécisions & raffinement	0	3.96
Total	406.8	52.74

Table 1 : statistiques (en secondes)

Les tests ont été réalisés sur une station Indigo 2 impact, dotée d'un processeur R10000 cadencé à 195 MHz.

Extension de la méthode aux mesh triangulés

Ce chapitre comporte deux buts distincts. Il s'agit d'une part d'essayer de gérer des systèmes masse-ressort triangulés et d'autre part d'y inclure la multirésolution. Etant donné que les mesh initiaux peuvent avoir n'importe quelle configuration (taille des arêtes, disposition des points), le problème de la multirésolution en soi ne pose pas d'autre difficultés que le choix des méthodes de détection des imprécisions et de subdivision, car les modifications opérées après un raffinement ne changent pas fondamentalement les propriétés géométriques du mesh.

Résumé de la méthode

Nous ne répétons pas les mécanismes de base de la méthode (description d'un pas d'intégration ...), qui sont les mêmes que précédemment (chapitre 3). Seules les adaptations dues au nouvel aspect introduit (géométrie du mesh) sont documentées dans ce chapitre.

Parmi les changements importants, la détection des imprécisions ne se fait plus au niveau d'un point mais d'une arête, en mesurant l'angle entre les normales des deux triangles incidents. L'angle critique est trouvé d'après une généralisation de la règle utilisée pour le système masse-ressort des carrés.

Pour la subdivision des faces (des triangles), on a choisi le schéma polyédral (figure 16), qui crée 4 nouveaux triangles conservant les propriétés géométriques de l'ancien.

Quant aux élasticités, la solution est fournie par un article [7] qui détermine une façon de fixer les constantes de rigidité des ressorts sur un mesh triangulé au plus près des valeurs idéales.

Finalement la vitesse de transmission des forces, potentiellement différente pour chaque ressort, est approximée tout en restant suffisamment efficace.

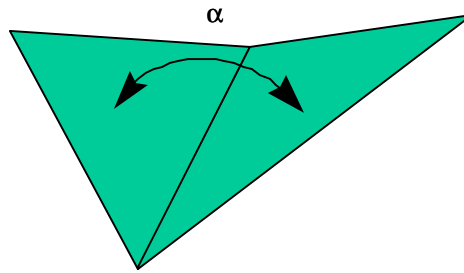
Les critères à respecter (rappel)

1. Répartition homogène des masses
2. Vitesse de propagation des force identique sur toute la surface

Remarque : le comportement identique des masses n'est plus pris en compte

Détection d'une imprécision

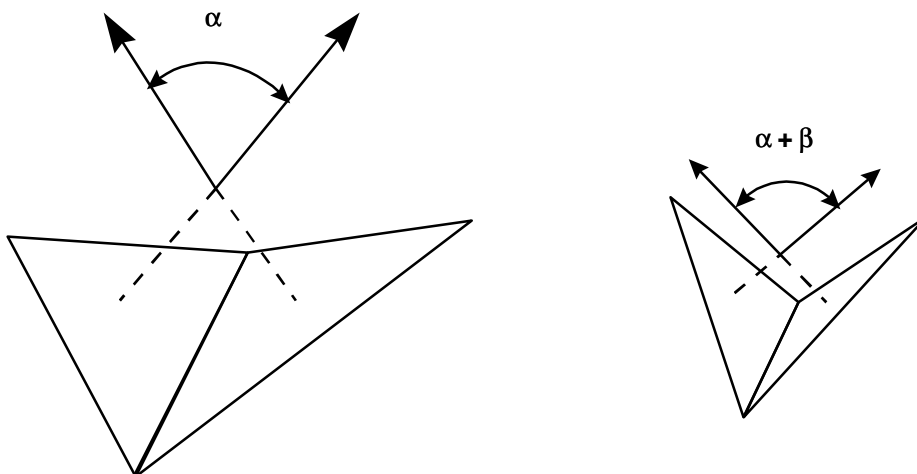
Etant donné la structure géométrique de la surface, on ne peut plus mesurer un angle excessif au niveau d'un point puisque les arêtes ne sont plus forcément alignées sur le même axe. La manière la plus simple est de mesurer l'angle entre deux triangles ayant une arête commune (figure 16).



• Fig 16 : deux triangles non-coplanaires

Le critère de subdivision doit être en rapport avec l'aire des triangles, plutôt qu'avec la longueur de l'arête, car c'est l'importance des surfaces qui est visible sur un mesh trop grossier. Dans la méthode de subdivision que nous choisirons (voir plus loin), une surface correspondant au niveau $n+1$ est 4 fois moins grande qu'une surface de niveau n .

Le premier niveau de subdivision correspond à un angle α pour un triangle de surface A . A est défini par l'utilisateur. On peut aussi choisir la plus grande aire parmi les triangles du mesh (ou toute autre combinaison). Pour chaque niveau de subdivision supplémentaire, on ajoute β à l'angle critique, comme dans la méthode précédente. Parallèlement, le niveau d'un triangle sera considéré d'après son aire : un triangle ayant une aire de $A/4$ est de niveau 2 ; il sera subdivisé si on détecte un angle excédant $\alpha+\beta$.

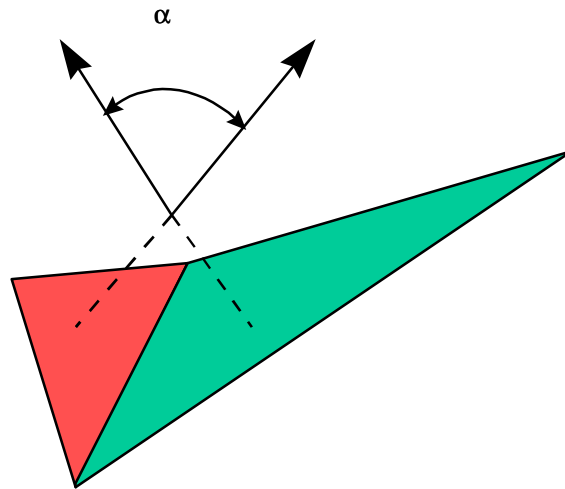


• Fig 17 : Augmentation de l'angle critique lorsque l'aire des triangles diminue

Puisqu'en pratique les triangles ont des aires réparties sur un intervalle continu on doit interpoler les critères énoncés pour trouver une formule générale. Etant donné un angle θ entre les deux normales et un triangle d'aire A' , la subdivision se fera si

$$\theta > \alpha + \beta * \log_4(A/A')$$

Il faut encore préciser que si l'angle se mesure entre deux triangles, la décision de la subdivision est prise indépendamment pour chaque triangle puisque leurs aires ne sont pas forcément identiques (figure 18).



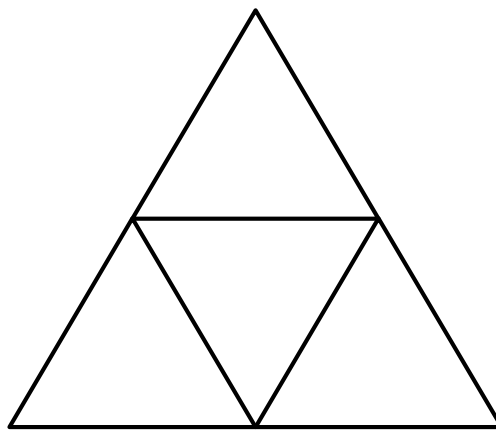
• Fig 18 : Seul le triangle de droite doit être subdivisé

Ce procédé permet un raffinement sélectif tout aussi précis et facilement paramétrable que pour la méthode précédente.

Méthode de subdivision

Nous choisissons le schéma dit polyhédral [5] pour subdiviser un triangle, car il comporte de nombreux avantages.

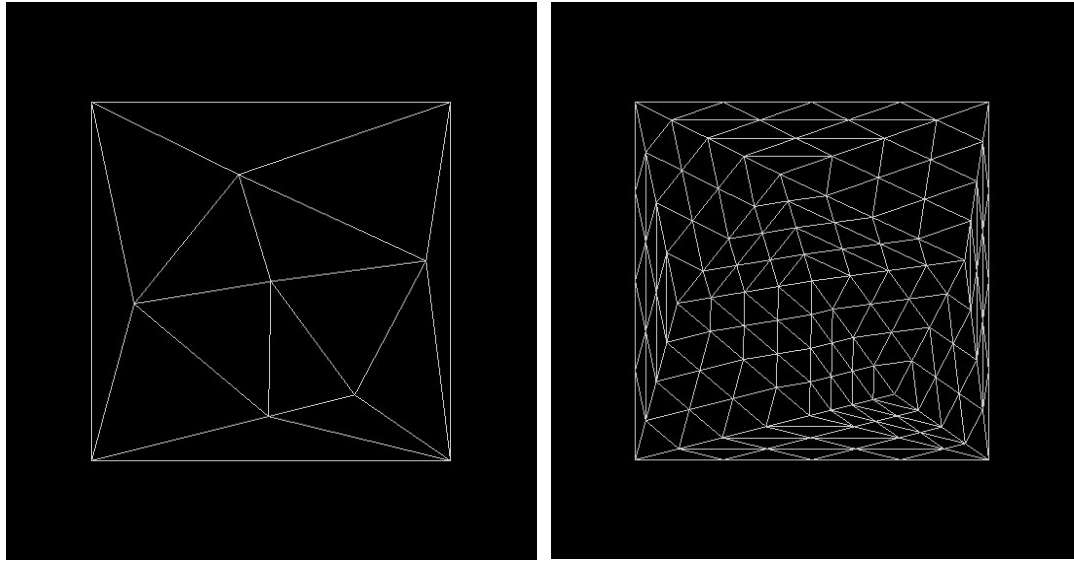
Schéma polyhédral



• Fig 19 : Triangle subdivisé selon le schéma polyhédral

Ce schéma conserve la forme originelle du triangle subdivisé. Il ne conserve pas la triangulation, mais cela ne pose pas de problème particulier, même si la triangulation est requise au départ. Le choix du mesh initial a une grande importance, car la structure des triangles et leur homogénéité peuvent avoir une certaine influence sur la qualité de la simulation. Cette méthode induit donc localement un grand nombre de triangles semblables, lorsque les

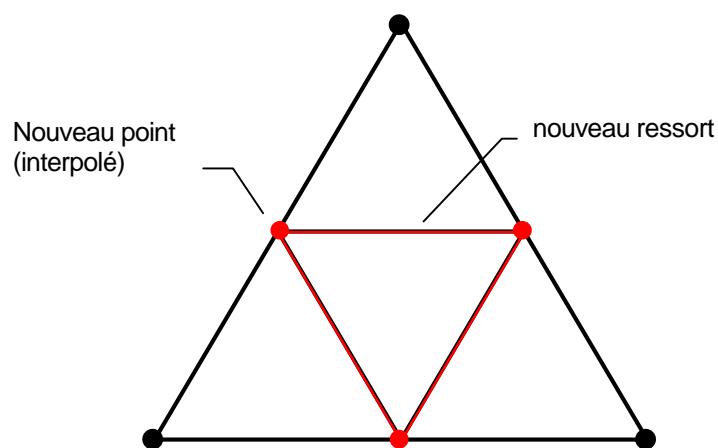
subdivisions sont nombreuses (figure 20), mais les tests effectués n'ont pas démontré de problèmes à ce sujet.



• Fig 20 : Un exemple de mesh triangulé quelconque (à gauche), après deux subdivisions (à droite)

Quoiqu'il en soit, on peut considérer que dans la plupart des cas pratiques, le mesh initial est grand et le nombre de subdivisions effectuées n'est pas excessif, ce qui limite l'influence de cet aspect.

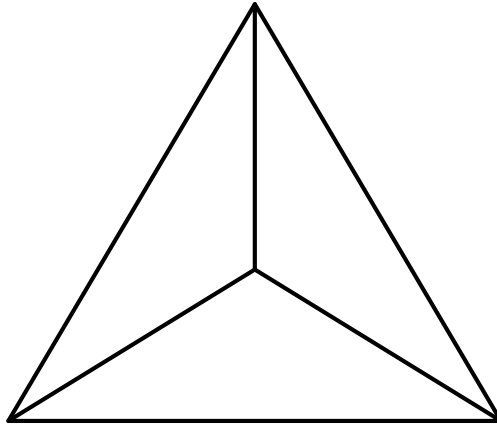
Conformément à ce schéma de subdivision, nous ajoutons donc 3 nouveaux points et 3 nouveaux ressorts (figure 21).



• Fig 21 : ajouts de nouveaux points et de nouveaux ressorts après la subdivision

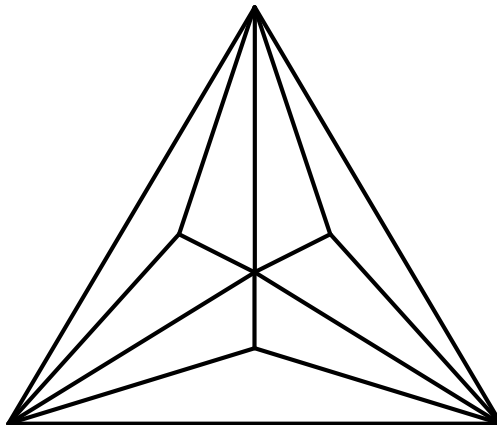
De manière analogue à la méthode précédente, chaque point ajouté est d'abord interpolé d'après les deux sommets du triangle correspondant, et ce jusqu'à ce que l'autre triangle incident au point soit subdivisé.

Schéma de division par le centre



• Fig 22 : Triangle subdivisé selon le schéma de division par le centre

Cette possibilité a aussi été envisagée, cependant, elle tend à déformer les triangles au fil des subdivisions, en les aplatissant indéfiniment (figure 23). Lorsque les triangles ne sont plus proportionnés correctement la forme durant la simulation n'est plus consistante.



• Fig 23 : Le même triangle après deux subdivisions

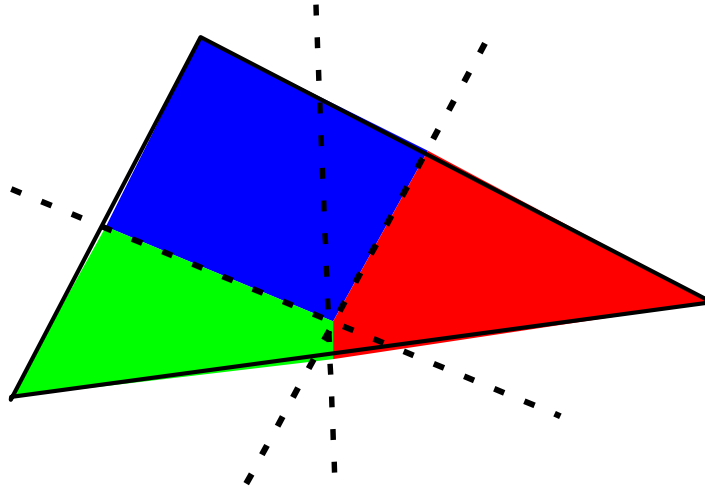
De ce fait, cette méthode est inapplicable.

Autres méthodes

Nous avons également examiné d'autres méthodes, mais elles sont soit trop compliquées (sans apporter d'avantages décisifs) ou difficile à appliquer sur une surface dans l'espace 3D. On a notamment examiné les méthodes de subdivision de surface qui modifient l'aspect de la surface originelle au fil des subdivisions [5]. On peut éventuellement s'intéresser aux méthodes dites d'interpolation mais la déformation de la surface n'est pas spécialement recherchée, car on doit tenir compte du fait que la subdivision peut être locale.

Répartition des masses

Les masses sont également réparties selon la surface de Voronoï appliquée au mesh. Cette méthode permet de distribuer les masses de façon optimale. La masse d'un point donné est calculée d'après les aires correspondante dans chacun des triangles incidents (figure 24).



• Fig 24 : La zone de Voronoï pour chaque sommet à l'intérieur d'un triangle

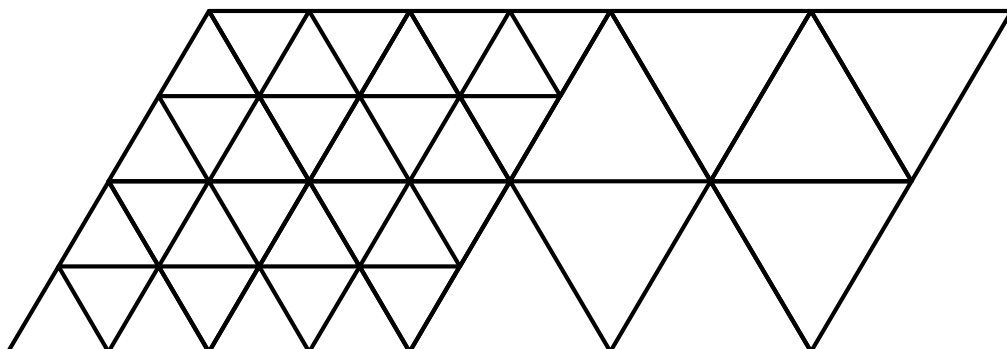
Calculer la surface de Voronoï pour un triangle est relativement compliqué et coûteux en temps, mais ces calculs intervenant uniquement au départ de la simulation ou lors d'une subdivision, la charge de calcul supplémentaire peut être considérée comme négligeable, pour autant toutefois que les subdivisions soient réparties de manière homogène au cours du temps.

Rigidité des ressorts

Généralisation de la méthode standard

La première méthode envisagée est la plus intuitive : en s'inspirant de la méthode précédente (chapitre 3), on pondère la rigidité d'un ressort par rapport aux masses qu'il relie. Puisqu'une particule ayant un niveau supplémentaire a une masse 4 fois plus faible et est reliée à des ressorts 2 fois moins rigides, le rapport entre les constantes devra être $2^{\log_4(\text{masse sup} / \text{masse inf})}$.

La figure 25 démontre l'exactitude de cette méthode pour un cas simple : les masses dans la zone raffinée (à gauche) sont 4 fois plus nombreuses donc 4 fois plus faibles et les ressorts alignés sont deux fois plus nombreux donc doivent être deux fois moins rigides.



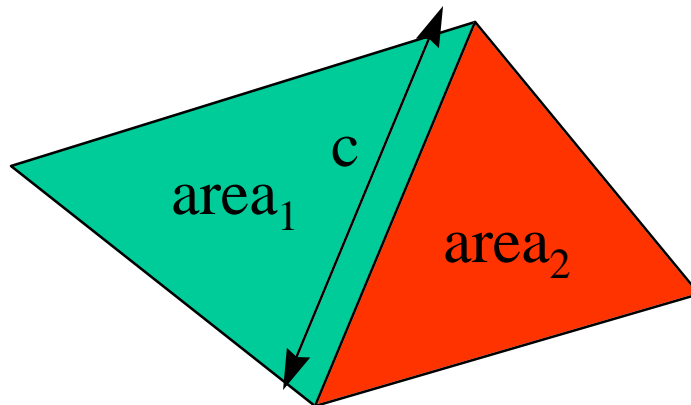
- Fig 25 : comparaison des masses et des ressorts dans deux zones de raffinement différent

Approximation des constantes de rigidité d'après la théorie des éléments finis

Cette formule, bien qu'ayant donné des résultats positifs, n'atteint pas l'optimum théorique, car elle ne tient pas compte du fait que la géométrie des triangles peut être hétérogène. Dans un article détaillé, Allen Van Gelder [7] présente une méthode pour fixer l'élasticité des ressorts dans un mesh triangulé au plus près possible des valeurs idéales, en se basant sur les éléments finis. Ce papier développe en fait une formule faisant varier l'élasticité d'un ressort par rapport à la géométrie des deux triangles incidents à ce dernier. Nous ne nous étendons pas ici sur les détails théoriques. Comme résultat, on obtient une expression qui fixe la constante de rigidité k_c de chaque ressort :

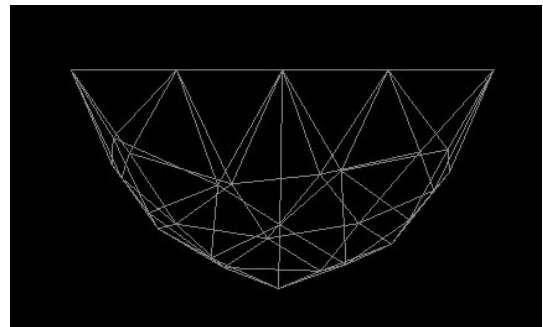
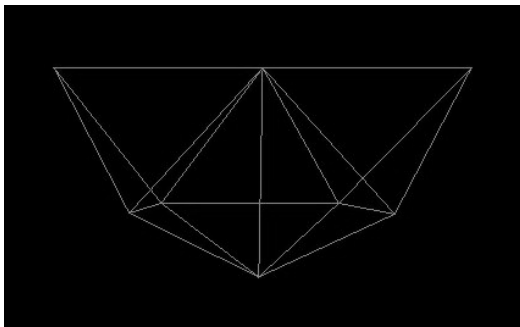
$$k_c = \frac{E_2 * \sum \text{area}(T_e)}{|c|^2}$$

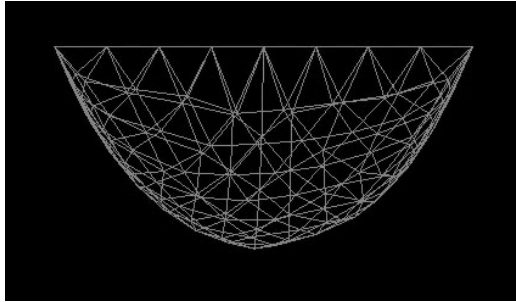
la rigidité du ressort correspondant à l'arête c est proportionnelle à l'aire des triangles (T_i) incidents divisée par la longueur de c au carré. E_2 est un coefficient identique pour tous les ressorts.



- Fig 26 : les paramètres conditionnant l'élasticité d'un ressort

Cette méthode s'applique à n'importe quel type de mesh triangulé, y compris des mesh fortement irréguliers. Ci-dessous (figure 27), un exemple de mesh irrégulier suspendu sous l'effet de la gravité. La forme et la hauteur restent similaires à plusieurs niveaux de subdivision différents, ce qui prouve l'exactitude de cette méthode.





• Fig 27 : Le même système masse-ressort en équilibre selon trois niveaux de subdivision différents

Transmission des forces

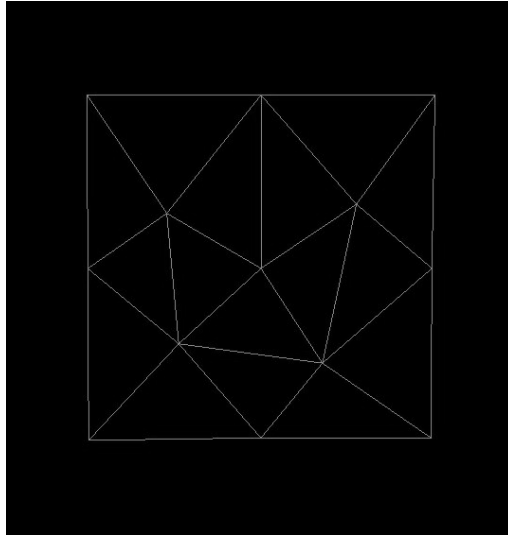
La transmission des forces est approximée : une correspondance parfaite avec la réalité n'est pas nécessaire pour avoir un résultat convenable. On peut considérer que la période de transmission d'une force par un ressort doit être proportionnelle à la longueur initiale de ce ressort car les forces doivent se propager à la même « vitesse » sur la surface. Cela sous-entend qu'elles doivent parcourir la même distance dans un intervalle de temps donné.

La période de mise à jour des forces d'un point doit donc être calculée en tenant compte de la longueur des ressorts qui le relient. On peut se référer à la moyenne des longueurs, au ressort le plus court ou au plus long. On peut compter sur le fait qu'en moyenne, les ressorts liant un point ont plus ou moins la même longueur (ce qui est particulièrement vrai pour les subdivisions). Ensuite, c'est la période la plus proche parmi celles admises qui est choisie. On utilise des périodes multiples de deux (comme dans la méthode conventionnelle), ce procédé étant le plus efficace pour l'implémentation. L'utilisateur peut paramétrer la précision du système en donnant un nombre de niveaux maximal.

En approximant de cette façon les vitesses de transmission, on peut conserver un état cohérent pendant la simulation. Il est à noter que cette technique a également le mérite d'adapter partiellement la période minimale nécessaire à la non-divergence.

Résultats

Pour le premier test, un « filet » fixé au 4 bords tombe sous l'effet de la gravité. Le mesh initial est quelconque. Nous avons utilisé un deuxième système identique mais raffiné d'office au niveau maximal pour comparer leurs comportements respectifs. La correspondance reste correcte visuellement du point de vue des mouvements et des états finaux.



• Fig 28 : Le mesh initial

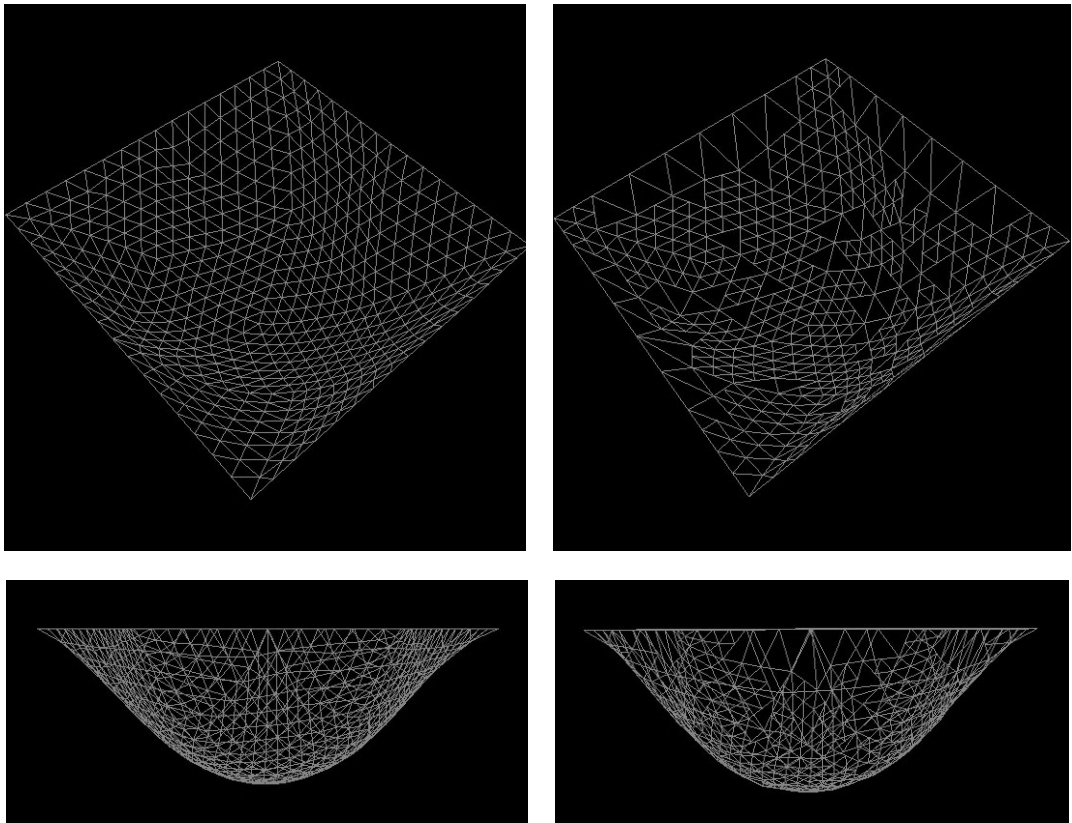


Fig 29 : Les deux systèmes en équilibre ; en dessous, une vue orthogonale

Pour le deuxième test, nous avons utilisé le même mesh dans une situation plus complexe, en fixant uniquement deux bords contigus.

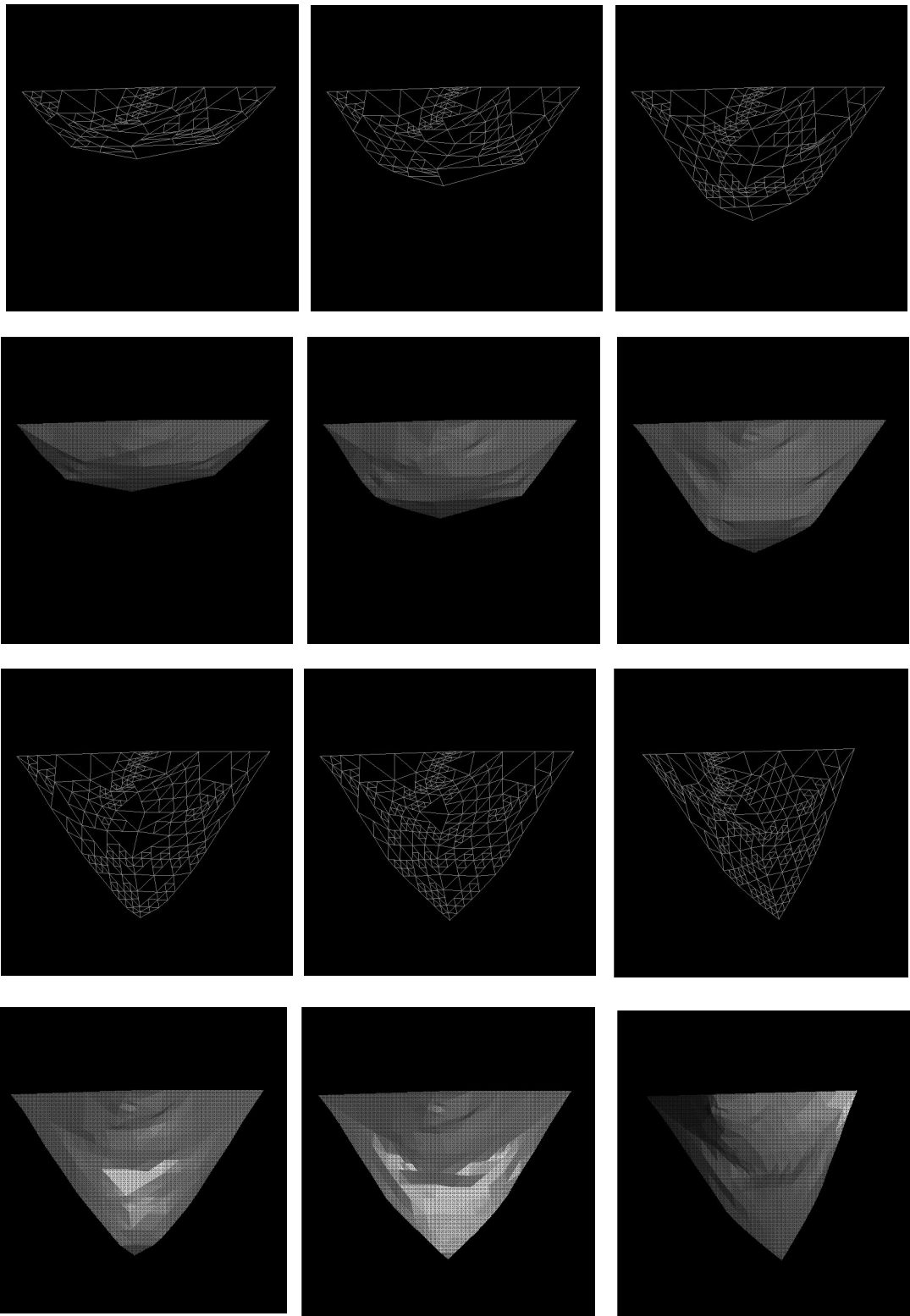
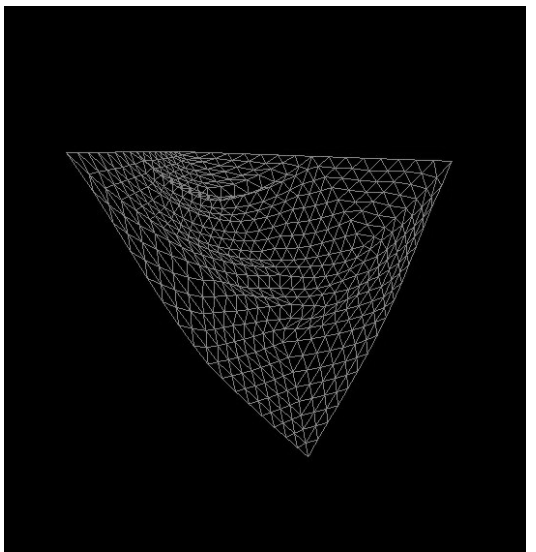
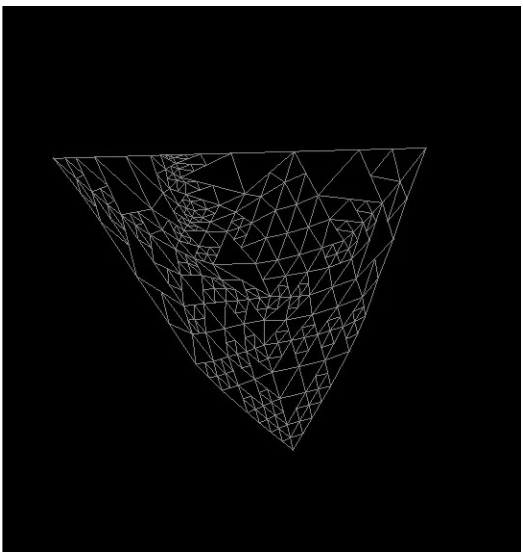
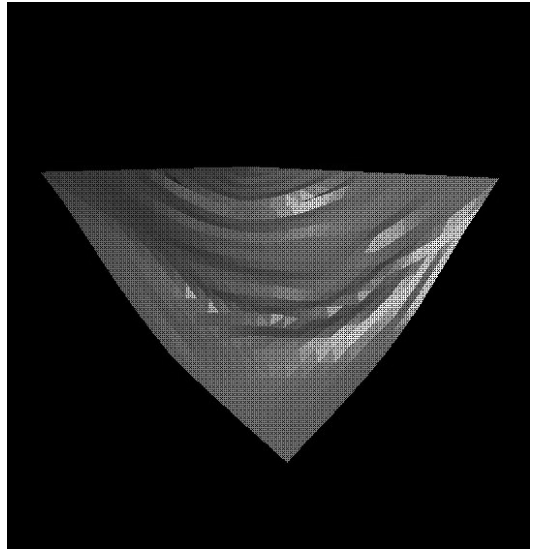
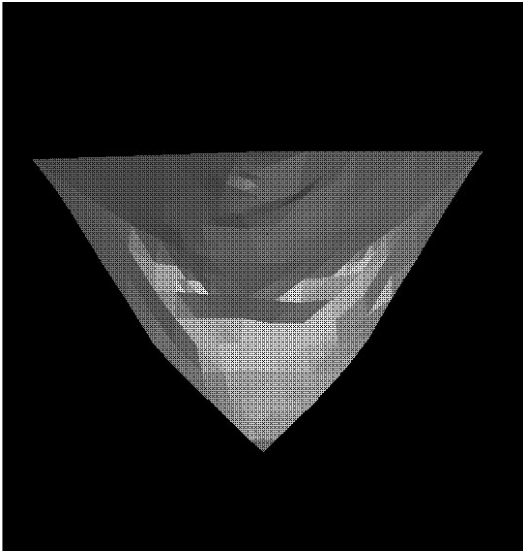
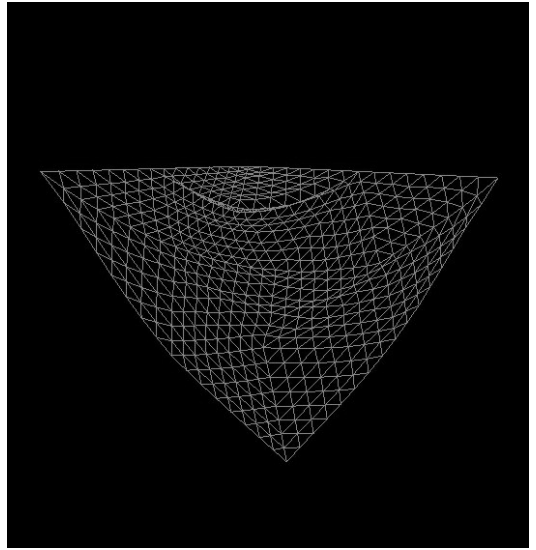
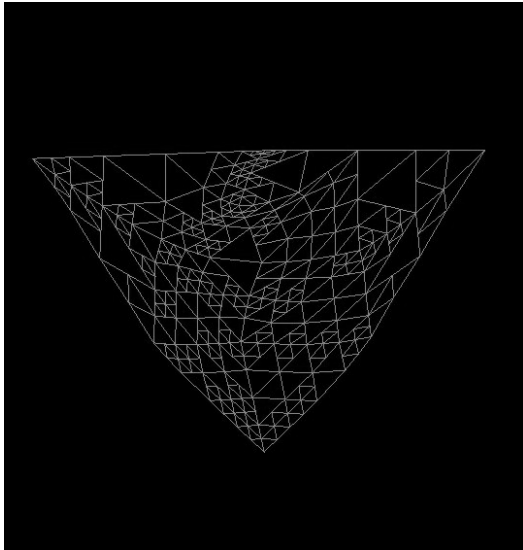
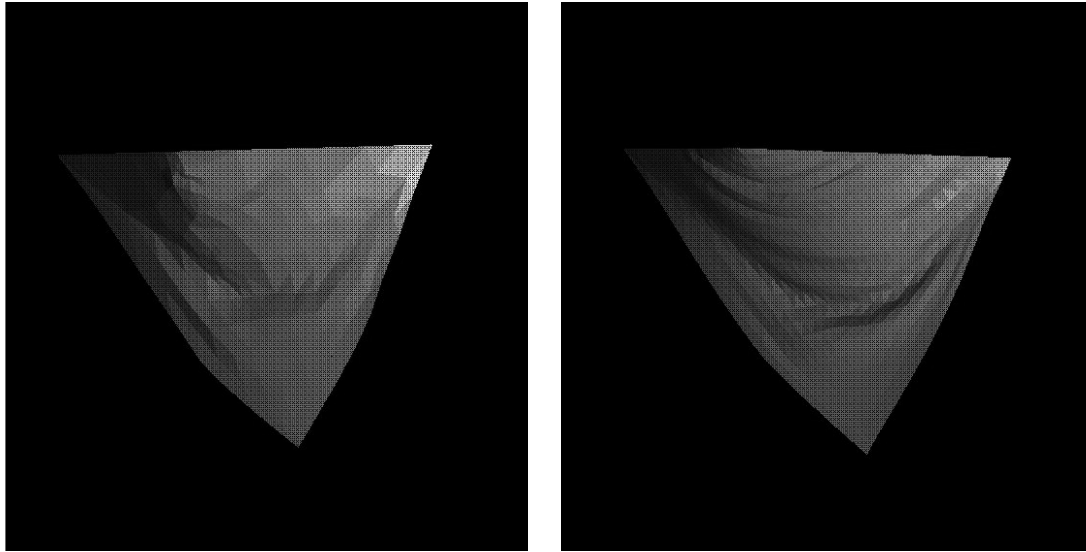


Fig 30 : séquence montrant un tissu fixé à deux bords contigus tombant sous l'effet de la gravité





• Fig 31 : détails des positions finales ; comparaisons avec un système avec le même niveau de subdivision raffiné au maximum

Exemple	Ex. 1 non-adaptatif	Ex. 1 adaptatif	Ex. 2 non-adaptatif	Ex. 2 adaptatif
Nombre de pas	300	300	1000	1000
Simulation	413.55	191.04	764.04	132.3
Détection des imprécisions & raffinements	0	89.43	0	200.46
Total	413.55	280.47	764.04	332.76

• Table 2 : statistiques (en secondes)

Les tests ont été réalisés sur une station Indigo 2 impact, dotée d'un processeur R10000 cadencé à 195 MHz.

Le coût en calcul de la détection des imprécisions pour cette méthode est élevé, parfois même plus que la simulation proprement dite. Cela est dû au fait qu'on contrôle la totalité des angles à chaque pas de temps minimal et que le calcul comprend l'évaluation des normales de deux triangles. Il pourrait être possible de ne contrôler les angles qu'après un pas de temps global T , mais on court le risque de ne pas détecter une imprécision au moment où elle survient. Malgré tout le gain de temps reste appréciable.

Les tests réalisés valident en même temps la méthode non-adaptative (bien que celle-ci soit plus triviale) et la méthode adaptative. De manière générale, nous avons constaté que la qualité de la correspondance d'un système adaptatif par rapport à un système raffiné dépend d'un grand nombre de paramètres (voir aussi paragraphe suivant). Il ne faut pas oublier que les paramètres physique assignés aux éléments sont des approximations. De ce fait, un élément trop grossier risque de perturber tout le système. Néanmoins, en utilisant un niveau de raffinement suffisant, cette méthode peut garantir une certaine correspondance visuelle.

Influence de la géométrie du mesh sur la qualité de la simulation

Cet aspect est difficile à évaluer. Il nous semble qu'un mesh homogène (triangles de forme et de taille semblables) tend à augmenter la qualité de la simulation. A ce titre, la méthode de subdivision que nous utilisons est un excellent choix. Elle génère des triangles identiques dont les arêtes sont alignées, ce qui rend la surface lisse. A contrario, lors d'essais avec une

mauvaise méthode de subdivision (figure 22), la surface générée était composée de triangles aplatis et d'arêtes discontinues. Nous avons pu constater que la forme résultante était totalement incohérente.

Extensions

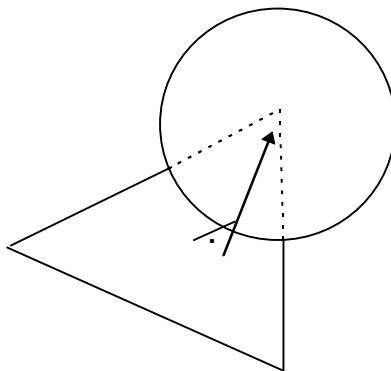
Implémentation d'une balle tombante

Dans ce projet nous avons décidé d'inclure la gestion de collisions entre un système masse-ressort et une balle tombant sous l'effet de la gravité. Bien que la physique de la balle elle-même soit simple, les procédés de détection et de traitement de collision sont loin d'être triviaux.

Détection de la collision

Il y a collision lorsqu'une face du système masse-ressort est à l'intérieur de la sphère représentant la balle. On considère que la surface du système est composée de triangles. Dans le cas du système masse-ressort avec les carrés, on subdivisera au préalable chaque carré en deux (de manière arbitraire toutefois puisqu'il y a deux directions de subdivision possibles).

Pour voir s'il y a intersection entre un triangle et une sphère, on calcule d'abord le point se trouvant sur le plan du triangle qui est le plus près du centre de la sphère (figure 32). Si la distance de ce point au centre est supérieure au rayon de la sphère, il n'y a pas d'intersection. Si cette distance est inférieure au rayon et si le point est à l'intérieur du triangle, il y a intersection. Troisième possibilité : si la distance est inférieure mais le point n'est pas à l'intérieur du triangle, il faut vérifier si une des arêtes du triangle se trouve à l'intérieur de la sphère, selon un procédé similaire. Finalement, si le test est négatif, on doit contrôler les sommets du triangle.



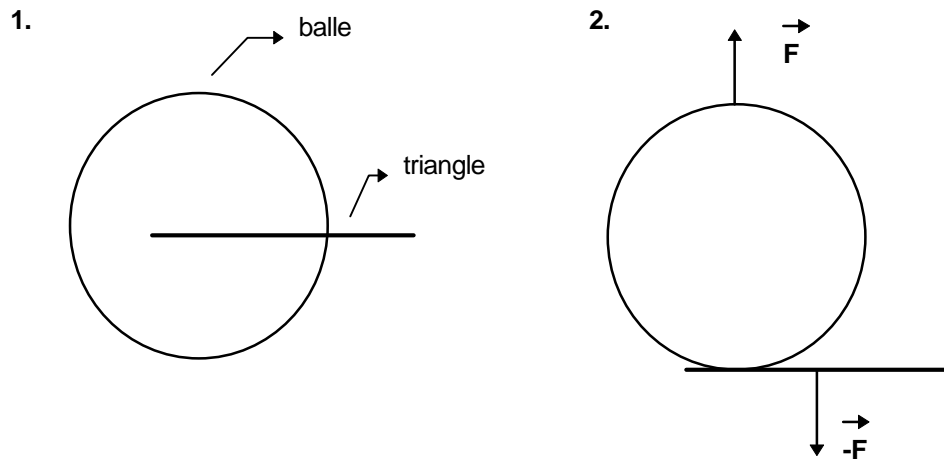
• Fig 32 : détection de la collision entre un triangle et une sphère

Les expérimentations ont montré que la suppression des deux derniers tests n'altère pas la qualité du résultat de façon décisive. On préférera donc cette méthode allégée car le traitement complet est très coûteux en temps.

Le test de détection de collision est appliqué à tous les triangles de la surface. Il existe des méthodes plus sophistiquées (cf. boîtes englobantes [1], [4]), mais elles sont difficiles à appliquer dans notre cas à cause de la modification de la structure géométrique du système au cours de la simulation.

Traitement de la collision

On applique deux mesures : d'une part le triangle correspondant est déplacé en dehors de la balle et d'autre part des forces de répulsion sont appliquées aux deux éléments (figure 33). Le déplacement du triangle se fait suivant une direction parallèle au vecteur allant du centre de la sphère au point le plus proche dont on a parlé avant. Ce procédé n'est pas conforme à la réalité mais il a donné des résultats satisfaisants.



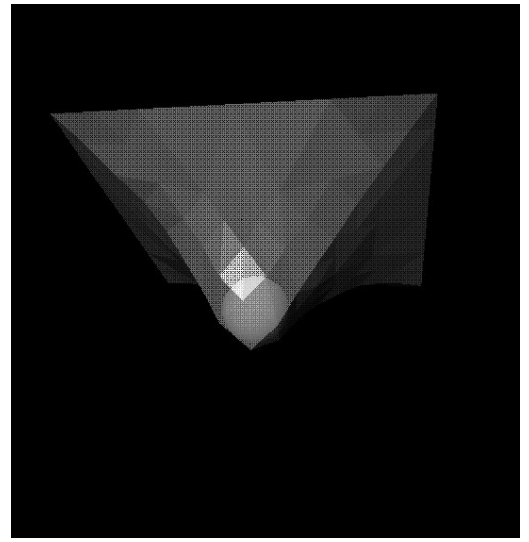
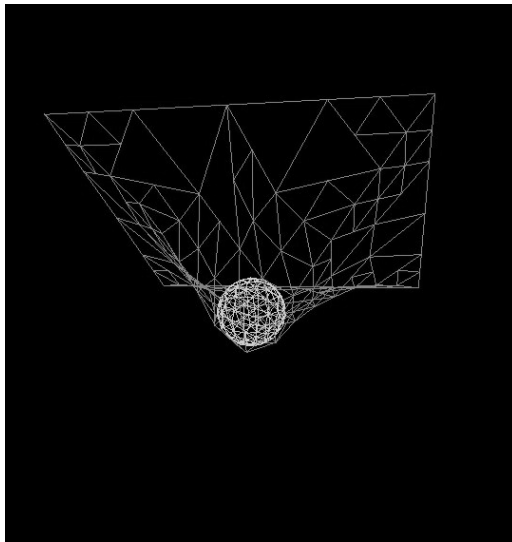
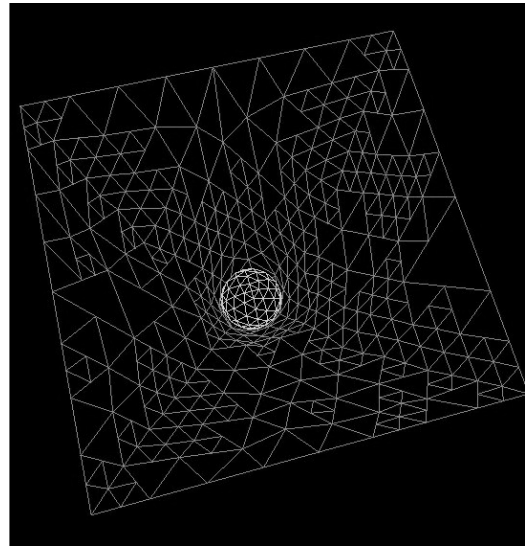
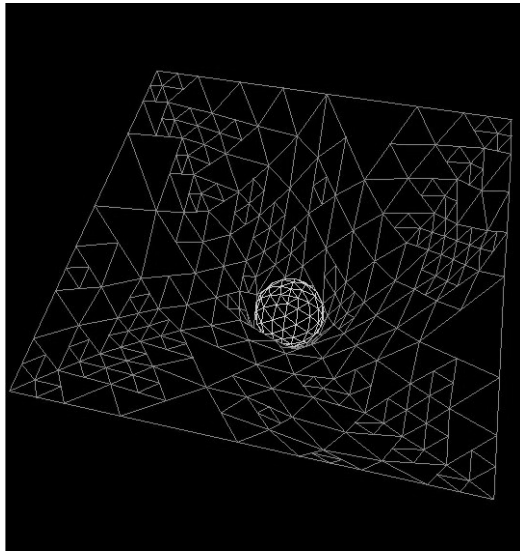
• Fig 33 : réaction à la collision (vue en coupe)

Le triangle applique une force sur la balle et réciproquement. Ces deux forces sont les résultantes des forces appliquées sur chacun des éléments (p. ex. la gravité pour la balle), mais projetées sur l'axe parallèle à la direction de déplacement. Selon le principe action = réaction, chaque force appliquée par un élément est retournée contre lui-même.

Certaines caractéristiques du système masse-ressort impliquent des modifications de traitement, notamment à cause des sommets interpolés qui ne sont pas autonomes (cf chapitres 4 et 5).

Résultats

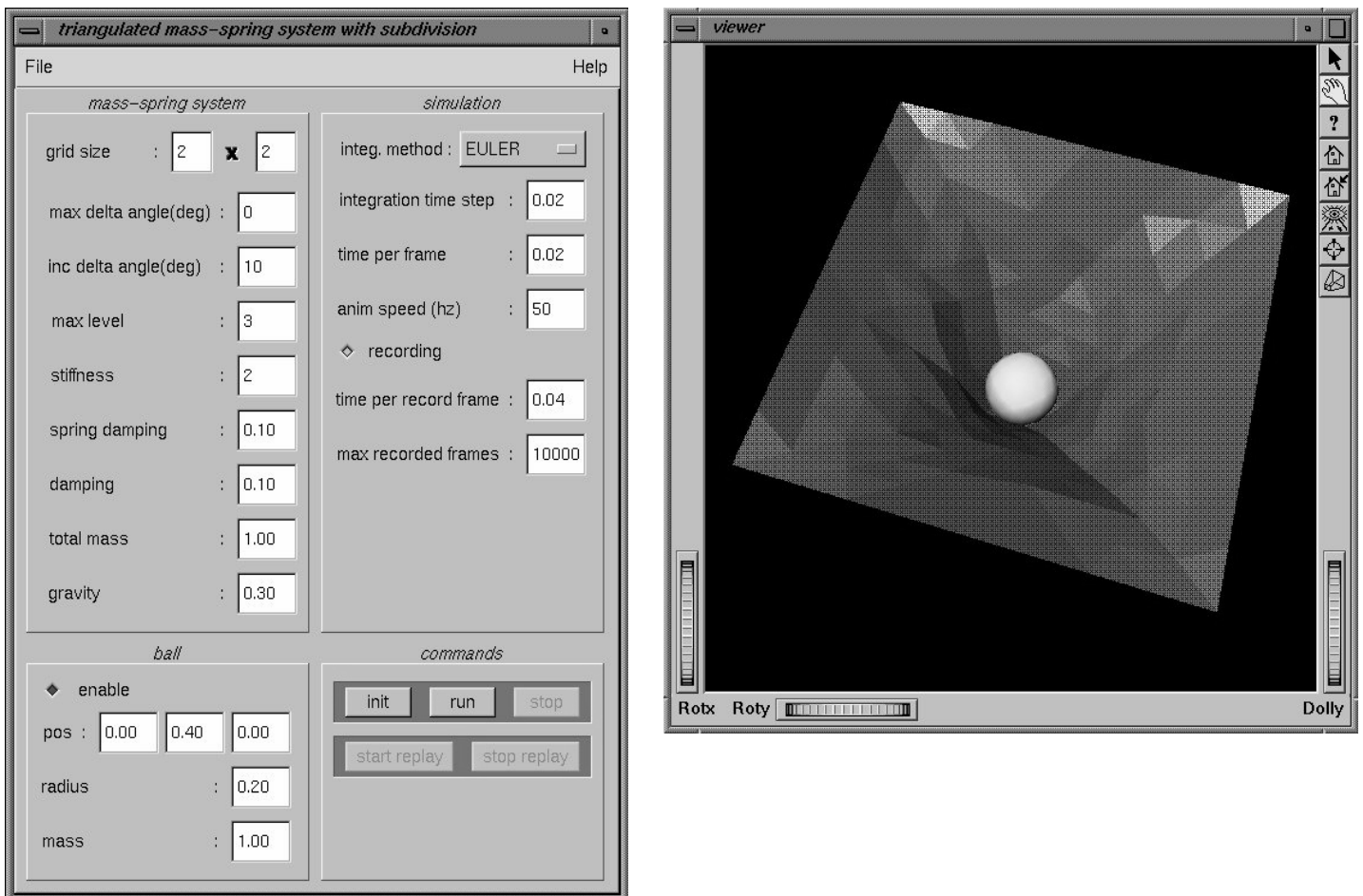
La figure 34 montre des exemples de balle en interaction avec un système masse-ressort triangulé.



• Fig 34 : exemples d'interaction entre un système masse-ressort et une balle

Détails de l'implémentation

Le programme que nous avons réalisé permet d'initialiser et de simuler des systèmes masse-ressort carrés et triangulés dans diverses situations. A ce titre, l'utilisateur a la possibilité de changer tous les paramètres physiques ou autres existants. Est incluse également la possibilité d'utiliser une balle tombante.



• Fig 35 : l'interface utilisateur et la fenêtre de visualisation

Cette application a été réalisée en C++ sous UNIX (SGI). Le code source comporte environ 13'000 lignes sans inclure les bibliothèques externes.

Outils utilisés

- Open Inventor : librairie graphique.
- Fltk : toolkit pour l'interface.
- se_mesh : gère les mesh polygonaux. Permet différentes opérations de création et de manipulation.

- pbsystem : module gérant les caractéristiques de base des système de simulation physique.
- LinAlg : librairie de gestion de vecteurs

Conclusion

Le but de ce projet était d'implémenter une méthode de subdivision existante, puis de la généraliser à des mesh triangulés. Comme résultat, nous avons proposé une modification de la première méthode puis nous avons conçu une méthode inédite ajoutant la nouvelle fonctionnalité. Les deux systèmes réalisés ont été validés par différents tests, bien qu'il soit impossible de contrôler tous les cas particuliers. Nous avons tenté d'expérimenter des situations qui soient le plus général possible, en considérant qu'elles sont représentatives de la majorité des comportements. De plus les différentes propriétés des systèmes développés ont été testées séparément, ce qui renforce leur validité. Il apparaît donc que les deux méthodes fournissent une correspondance visuelle acceptable pour la plupart des cas. Dans le cas du système masse-ressort pour mesh triangulés, on a vérifié en même temps que le système non-adaptatif et le système adaptatif se comportent correctement. Ces deux variantes ont cependant le désavantage d'être assez sensibles aux imprécisions ; néanmoins, elles peuvent être préférées à la méthode conventionnelle pour simuler des systèmes ayant une géométrie complexe.

Comme travaux futurs, on suggère de se pencher sur la possibilité d'annuler la subdivision dans une zone raffinée lorsque celle-ci redevient suffisamment plate. Bien que complexe à réaliser, cet aspect des systèmes adaptatifs est certainement d'une importance majeure.

Références

1. Nick Bobic. Advanced Collision Detection Techniques. Gamasutra (www.gamasutra.com), March 2000.
2. Dave Hutchinson, Martin Preston, Terry Hewitt. *Adaptative refinement for Mass/Spring Simulations*. Proceedings of Seventh Eurographics Workshop on Animation and Simulation, Poitier, 1996.
3. Jeff Lander. *When Tow Hearts Collide : Axis-Aligned Bounding Boxes*. Gamasutra (www.gamasutra.com), Februar 2000.
4. Jeff Lander. *Devil in the Blue-Faceted Dress : Real-Time Cloth Animation*. Gamasutra (www.gamasutra.com), March 2000.
5. Brian Sharp. *Subdivision Surface Theory*. Gamasutra (www.gamasutra.com), April 2000.
6. Jeffrey A. Thingvold and Elaine Cohen. *Physical Modeling with B-spline Surfaces for Interactive Design and Animation*. Computer graphics, volume 24, number 2, march 1990, pp. 129-127.
7. Allen Van Gelder. *Approximate Simulation of Elastic Membranes by Triangulated Spring Meshes*. Journal of graphics tools, volume 3, number 2, 1998, pp. 21-41.